

단기간에 완성하는 핵심 학습

대성
단기특강
수학 I

이 책의 구성과 특징

교과서 핵심 개념 정리

교과서 핵심 개념을 유형별로 정리하였습니다.

02 로그

개념 1 로그의 뜻과 성질

(1) 로그의 뜻
 $a > 0, a \neq 1$ 일 때, 양수 N 에 대하여 등식 $a^x = N$ 을 만족시키는 실수 x 는 오직 하나 존재한다. 이 수 x 를 $x = \log_a N$ 이라 하고, a 가 밑, N 이 수라고 하는 N 의 로그라 하며, N 을 $\log_a N$ 의 진수라 한다. 즉 $a^{\log_a N} = N$ (단, $a > 0, a \neq 1, N > 0$)

(2) 로그의 성질
 $a > 0, a \neq 1, M > 0, N > 0$ 일 때
 ① $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$
 ② $\log_a M \cdot N = \log_a M + \log_a N$
 ③ $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$
 ④ $\log_a M^k = k \log_a M$ (단, k 는 실수)

개념 + α

(1) $\log_a N$ 이 정되기에 위한 조건
 ① 밑의 조건: $a > 0, a \neq 1$
 ② 수의 조건: $N > 0$
 ③ 지수에 유의한다.
 ④ $\log_a M + \log_a N = \log_a (M \cdot N)$
 ⑤ $\log_a M - \log_a N = \log_a \frac{M}{N}$
 ⑥ $\log_a M^k = k \log_a M$
 ⑦ $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$ 을 유의한다.

실용 예제

01 $\log_2 54 + \log_2 \frac{8}{9} - 2 \log_2 6$ 의 값은?
 ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

풀이 주어진 식의 로그의 밑이 같으므로 확실히 된, 밑이 같은 로그는 로그의 성질을 이용하여 변형한다.

12 1. 자연수 a 와 로그 $\log_2 a$

대표 예제

교과서 예제, 유제 수준의 문제를 해결방법과 함께 제시하여 핵심 개념을 쉽게 익히도록 하였습니다.

개념 + α

개념 추가 설명이나 공식 및 공식 유도, 실전 문제 풀이의 노하우 등 다양한 내용을 자세히 제시하였습니다.

개념 2 로그의 밑의 변환 공식 및 성질

(1) 로그의 밑의 변환 공식
 $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0, c \neq 1$ 일 때
 $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

(2) 로그의 여러 가지 성질
 $a > 0, a \neq 1, b > 0$ 일 때
 ① $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ (단, $b \neq 1$)
 ② $\log_a b \cdot \log_c a = \log_c b$ (단, $a \neq 1, c > 0$)
 ③ $\log_a b \cdot \log_c b = \log_c a$ (단, $b \neq 1, c > 0$)
 ④ $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ (단, b, a 는 실수이고, $a \neq 0$)
 ⑤ $a^{\log_a b} = b$ (단, $c > 0, c \neq 1$)

개념 + α

(1) 위의 10가지 로그의 여러 가지 공식에서 제시된 모든 공식들은 (1) 로그의 밑의 변환 공식으로 증명할 수 있다. 예컨대 $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} = \log_c b \cdot \frac{1}{\log_c a} = \log_c b \cdot \log_a c$ (단, $a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1, c > 0$)
 (2) 밑이 다른 로그로 표현된 식을 밑이 같은 로그의 밑을 같게 만들어 한쪽 로그의 성질을 이용하여 정리한다.

실용 예제

05 $\log_2 12 - \frac{2}{\log_2 3}$ 의 값은?
 ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

06 $9 \times \log_3 12 - \frac{1}{\log_2 2}$ 의 값은?
 ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

07 $a = \log_2 2, b = \log_2 4$ 일 때, $\frac{1}{2a} - \frac{1}{b}$ 의 값은?
 ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

08 $\log_3 3^x \times \log_3 3^y \times \log_3 3^z = 6$ 일 때, 세 유리수 a, b, c 의 곱 abc 의 값은?
 ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

028 로그 13

유제

쉬운 문제부터 개념의 이해를 완성하는 다양한 문제를 제시하여 기초 실력을 쌓을 수 있도록 하였습니다.

실전문제 넘어 서기

등급 향상을 목표로 하는 학생들이 충분히 연습할 수 있도록 출제 빈도가 높은 문제를 난이도별로 제시하였습니다.

16 I. 자유롭이의 보기입니다.

12. 실전문제 넘어 서기

01 $\log_4(\sqrt{33}+1) + \log_4(\sqrt{33}-1)$ 의 값은?
 ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

02 $\log_4 \dots (10-3x-x^2)$ 이 정의되기 위한 정수 x 의 개수는?
 ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

03 $a = \frac{1}{\log_2 2}, b = \frac{1}{\log_2 2}$ 일 때, a, b 의 값을 구하시오.

문제해결
 04 두 등식 $\log_2 xy = \log_2 x + 1$, $\log_2(x+1) = \log_2 \frac{x+1}{y} + 2$ 를 동시에 만족시키는 두 실수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값을 구하시오.

05 $\log_4 3 = a$ 일 때, $\log_4 3 + \log_4 \sqrt{24}$ 를 a 로 나타낸 것은?
 ① $\frac{a^2+6a-3}{2(a^2-1)}$ ② $\frac{a^2+6a-1}{2(a^2-1)}$
 ③ $\frac{3a^2+6a-3}{2(a^2-1)}$ ④ $\frac{3a^2-6a-1}{2(a^2-1)}$
 ⑤ $\frac{3a^2+6a-1}{2(a^2-1)}$

06 친분에서 어느 관계의 결혼이 m , 절대종교인이 1,43일 때, 지구로부터 원래까지의 거리를 $f(p)$ 라 하면 다음 관계식이 성립한다고 한다.

$$f = 16 \cdot \frac{m}{m+1}$$
 어느 별 A의 결혼이 $m = -1.47$ 이고, 절대종교인이 1,43일 때, 지구로부터 별 A까지의 거리 $f(p)$ 가 된다. 실수 f 의 값을 다음 상용로그표를 이용하여 구한 것은?

| x | 4 | 1 | 3 | 4 | — |
|------------|-----|--------|--------|--------|--------|
| $\log_2 x$ | 2.0 | 0.3219 | 1.5850 | 2.0000 | 2.6021 |
| $\log_2 x$ | 2.3 | 0.3542 | 1.6064 | 2.0110 | 2.6439 |
| $\log_2 x$ | 2.6 | 0.3857 | 1.6271 | 2.0219 | 2.6854 |
| $\log_2 x$ | 2.9 | 0.4160 | 1.6472 | 2.0327 | 2.7267 |

 ① 2.40 ② 2.51 ③ 2.53
 ④ 2.63 ⑤ 2.64

12. II. 능형 유형 맛보기

07 $\log_2 2 = 0.3010$ 일 때, $\log_2 \frac{5^2}{4}$ 의 값은?
 ① 0.2475 ② 0.3980 ③ 0.5485
 ④ 0.6990 ⑤ 0.8495

08 $a = \log_2(3+2\sqrt{2})$ 일 때, $\log_2(2^a-2^a)$ 의 값은?
 ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

10. 능형 유형 맛보기

10 단위 제곱의 양방향이 변형된 소용된 상용를 표시하는 방정 중의 하나는 음향파속을 측정하는 것이다. 어느 벽의 단면적당 질량이 m (kg/m³)이고 음향의 주파수가 f (Hz)일 때, 이 벽의 음향파속 상용 S (dB)과 직면 다음 관계식이 성립한다고 한다.

$$S = 20 \log_{10} mf^2 - 48$$
 주파수가 일정한 때, 벽의 단면적당 질량이 50배가 되면 음향파속 상용 S (dB)이 n 만큼 증가한다. n 의 값을 구하시오.
 ① 22 ② 25 ③ 28
 ④ 31 ⑤ 34

11 1보다 큰 두 실수 a, b 에 대하여 $\log_4(a^2) = \log_4(b^2)$ 이 성립할 때, $\log_2 \frac{a}{b}$ 의 값은?
 ① $\frac{11}{4}$ ② 3 ③ $\frac{13}{4}$
 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{15}{4}$

09 두 실수 x, y 가 다음 조건을 만족시킨다.
 $\log_2(1+x) = \log_2(x)$
 $\log_2(1+y) = \log_2(2y)$
 $x+y$ 의 값을 구하시오.

12 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 이 다음과 같다.
 $f(n) = \begin{cases} \log_2 n & (n \text{이 짝수}) \\ \log_2 n & (n \text{이 홀수}) \end{cases}$
 20 이하의 두 자연수 m, n 에 대하여 $f(m) = f(n) + f(mn)$ 을 만족시키는 순서쌍 (m, n) 의 개수는?
 ① 220 ② 230 ③ 240
 ④ 250 ⑤ 260

수능 유형 맛보기

수능에 대비하여 자신감을 얻고 실전에 적응할 수 있도록 하였습니다.

서술형

서술형 문제를 출제하여 실제 시험에 대비할 수 있도록 하였습니다.

정답 및 풀이

자세한 풀이와 다른 풀이를 제시하여 여러 가지 방법으로 문제를 해결할 수 있도록 하였습니다.

특강 + PLUS

보충 설명이나 관련된 개념을 추가로 제시하여 활용할 수 있도록 하였습니다.

II 삼각함수

05 ① 삼각함수의 뜻 (빈칸 3곳에 채움)
 01 ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮ ⑯ ⑰ ⑱ ⑲

01 $480^\circ = 360^\circ \times 1 + 120^\circ$ 이므로 최소인 양의 각의 크기는 120° 이다.

02 180°
 일단 $180^\circ = \pi$ 라 하면 $\sin(\pi) = 0$, $\cos(\pi) = -1$ 이다.
 이므로 정답은 180° 이다.

02 ① $-450^\circ = -360^\circ \times (-1) + 90^\circ$
 ② $-270^\circ = -360^\circ \times (-1) + 90^\circ$
 ③ $450^\circ = 360^\circ \times 1 + 90^\circ$
 ④ $760^\circ = 360^\circ \times 2 + 40^\circ$

03 각을 나타내는 순서대로 순서대로 나타내는 순서가 정해지므로
 $5\pi = 10\pi = 20\pi$
 $\therefore a = 10\pi = 20\pi$
 $\therefore a = 10\pi = 20\pi$ (단, $a < 0$)
 $\therefore a = -10\pi = -20\pi$
 이므로 정답은 $10\pi, -10\pi, 20\pi, -20\pi$ 이다.
 여기서 a 의 값은 제1사분선의 각이다.
 (3) $\frac{\pi}{4}$ 는 45° 의 정수일 때

04 각이 제1사분선의 각이므로
 $\sin \theta = \frac{1}{2}, \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)
 $\therefore \sin \theta = \frac{1}{2}, \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 이므로 정답은 $\frac{\pi}{6}$ 이다.
 (1) $\frac{\pi}{6}$ 는 30° 의 정수일 때
 $\therefore \sin \theta = \frac{1}{2}, \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 여기서 a 의 값은 제1사분선의 각이다.
 (3) $\frac{\pi}{4}$ 는 45° 의 정수일 때

05 $\frac{2\pi}{3}$ 라 하면 $\sin \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$ 이다.
 (1) $\frac{2\pi}{3}$ 는 120° 의 정수일 때

06 $180^\circ = \pi$ 라 하면 $\sin \pi = 0, \cos \pi = -1$ 이다.
 이므로 정답은 180° 이다.

07 $\frac{2\pi}{3}$
 제1사분선의 각은 θ 라 하면 $\sin \theta = \frac{1}{2}, \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이다.
 이므로 정답은 $\frac{2\pi}{3}$ 이다.

07 원 O의 반지름의 길이를 r , OA의 길이를 r 이라 하면, $\triangle OAB$ 의 넓이와 $\triangle OAC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}r^2 \sin \theta$ 와 $\frac{1}{2}r^2 \sin \theta$ 이다.
 $\therefore \frac{1}{2}r^2 \sin \theta = \frac{1}{2}r^2 \sin \theta$
 $\therefore \sin \theta = \sin \theta$
 $\therefore \theta = \pi - \theta$
 $\therefore 2\theta = \pi$
 $\therefore \theta = \frac{\pi}{2}$

08 $\frac{\pi}{4}$
 제1사분선의 각은 θ 라 하면 $\sin \theta = \frac{1}{2}, \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이다.
 $\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$
 $\therefore 2\theta = \frac{\pi}{3}$
 이므로 정답은 $\frac{\pi}{4}$ 이다.

09 $\sin \theta = \frac{3}{5}, \cos \theta = \frac{4}{5}$ 라 하면 $\tan \theta = \frac{3}{4}$ 이다.
 $\therefore \sin \theta + \cos \theta = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$

10 $\frac{\pi}{4}$
 $\sin \theta = \frac{1}{2}, \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 라 하면 $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 이다.
 $\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$
 $\therefore 2\theta = \frac{\pi}{3}$
 이므로 정답은 $\frac{\pi}{4}$ 이다.

11 $\frac{\pi}{4}$
 제1사분선의 각이므로 $\sin \theta = \frac{1}{2}, \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이다.
 $\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$
 $\therefore 2\theta = \frac{\pi}{3}$
 이므로 정답은 $\frac{\pi}{4}$ 이다.

12 정사각형의 변의 길이를 a 라 하면 $\sin 45^\circ = \frac{a}{\sqrt{2}}$ 이다.
 $\therefore a = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $\therefore 2a = \sqrt{2}$

13 $\frac{\pi}{4}$
 $\sin \theta = \frac{1}{2}, \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 라 하면 $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 이다.
 $\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$
 $\therefore 2\theta = \frac{\pi}{3}$
 이므로 정답은 $\frac{\pi}{4}$ 이다.

14 $\frac{\pi}{4}$
 $\sin \theta = \frac{1}{2}, \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 라 하면 $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 이다.
 $\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$
 $\therefore 2\theta = \frac{\pi}{3}$
 이므로 정답은 $\frac{\pi}{4}$ 이다.

이 책의 차례

I

지수함수와 로그함수

- 01강 | 지수 6
- 02강 | 로그 12
- 03강 | 지수함수와 로그함수의 뜻과 그래프 18
- 04강 | 지수함수와 로그함수의 활용 24

II

삼각함수

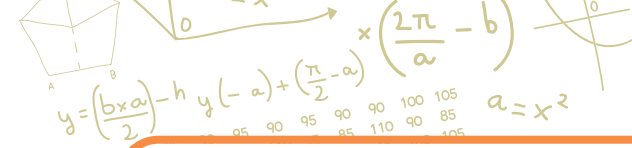
- 05강 | 삼각함수의 뜻 30
- 06강 | 삼각함수의 그래프 36
- 07강 | 사인법칙과 코사인법칙 42

Ⅲ

수열

- 08강 | 등차수열과 등비수열 48
- 09강 | 수열의 합 56
- 10강 | 수학적 귀납법 62

책 속의 책 정답 및 풀이



01 강

지수

학습
체크

- 개념 1 거듭제곱근의 뜻과 성질
- 개념 2 정수인 지수와 지수법칙
- 개념 3 지수의 확장과 지수법칙
- 개념 4 조건을 변형하여 식의 값 구하기
- 실전문제 넘어 서기

개념 1 거듭제곱근의 뜻과 성질

(1) 거듭제곱근의 뜻 : n 이 2 이상의 자연수일 때, 실수 a 에 대하여 n 제곱하여 a 가 되는 수, 즉 방정식 $x^n = a$ 를 만족시키는 수 x 를 a 의 n 제곱근이라 하고, a 의 제곱근, 세제곱근, 네제곱근 ...을 통틀어 a 의 거듭제곱근이라 한다.

(2) 실수인 거듭제곱근
실수 a 의 n 제곱근 중 실수인 것은 다음과 같다.

| | $a > 0$ | $a = 0$ | $a < 0$ |
|----------|-----------------------------|---------|---------------|
| n 이 짝수 | $\sqrt[n]{a}, -\sqrt[n]{a}$ | 0 | 없다. |
| n 이 홀수 | $\sqrt[n]{a}$ | 0 | $\sqrt[n]{a}$ |

(3) 거듭제곱근의 성질
 $a > 0, b > 0$ 이고, m, n 이 2 이상의 자연수일 때

- ① $\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
- ② $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
- ③ $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
- ④ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$
- ⑤ $\sqrt[p]{a^{mp}} = \sqrt[p]{a^m}$ (단, p 는 자연수)

개념 + α

- (1) n 이 짝수일 때 $\sqrt[n]{a^m} = |a|^m$ 이고, n 이 홀수일 때 $\sqrt[n]{a^m} = a^m$ 가 성립한다.
- (2) n 이 홀수일 때 $\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}$ 가 성립한다. 예를 들어,
 $\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2, -\sqrt[3]{8} = -\sqrt[3]{2^3} = -2$ 이므로
 $\sqrt[3]{-8} = -\sqrt[3]{8}$ 이다.

대표 예제

01) $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[6]{4} \times \sqrt{2}$ 의 값을 구하시오.

풀이 | 거듭제곱근의 성질을 이용하여 주어진 식을 $\sqrt[n]{2^a} \times \sqrt[n]{4^b} \times \sqrt[n]{2^c}$ (a, b, c 는 자연수) 꼴로 n 의 값을 같게 변형한다.

02) $\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{2}} \times \sqrt[3]{48} - \frac{\sqrt[6]{8}}{\sqrt{2}}$ 의 값은?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

03) 81의 제곱근 중 양의 실수인 것을 a , -64 의 세제곱근 중 실수인 것을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 1
- ② 3
- ③ 5
- ④ 7
- ⑤ 9

04) 1의 제곱근 중 실수인 것의 개수를 a , -1 의 세제곱근 중 실수인 것의 개수를 b , -3 의 네제곱근 중 실수인 것의 개수를 c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

개념 2 정수인 지수와 지수법칙

(1) 0 또는 음의 정수인 지수

$a \neq 0$ 이고 n 이 양의 정수일 때

① $a^0=1$ ② $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$

(2) 지수가 정수일 때의 지수법칙

$a \neq 0, b \neq 0$ 이고 m, n 이 정수일 때

① $a^m a^n = a^{m+n}$ ② $a^m \div a^n = a^{m-n}$
 ③ $(a^m)^n = a^{mn}$ ④ $(ab)^n = a^n b^n$

개념 + α

정수 a 에 대하여 $\frac{1}{a}$ 과 같이 분자가 1인 분수식의 경우 $\frac{1}{a}=a^{-1}$

임을 이용하여 변형 후 지수법칙을 적용한다.

마찬가지로 서로소인 두 정수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a}$ 와 같은 식은

$b \times a^{-1}$ 꼴로 변형하면 지수법칙을 적용할 수 있다.

대표 예제

05 $6^2 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \div 3^{-2}$ 의 값은?

- ① 3 ② 3^2 ③ 3^3
 ④ 3^4 ⑤ 3^5

풀이 거듭제곱근의 성질과 $\frac{1}{a}=a^{-1}$ 임을 이용하여 식을 변형한다.

06 $(2^{-2} \times 3)^{-2} \times 3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 9

07 1이 아닌 실수 a 에 대하여 등식

$$(a^{-2})^{n+1} \times (a^2)^5 \div \left(\frac{1}{a}\right)^4 = 1$$

을 만족시키는 정수 n 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

08 2 이상의 서로소인 두 자연수 a, b 에 대하여

$(a^2 b)^2 \times (a^{-1} b)^3 \times (a^{-1} b^2)^{-2}$ 의 최솟값을 구하시오.

개념 3 지수의 확장 and 지수법칙

(1) 유리수인 지수

$a > 0$ 이고 $m, n (n \geq 2)$ 이 정수일 때

① $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ ② $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

(2) 지수가 유리수일 때의 지수법칙

$a > 0, b > 0$ 이고 r, s 가 유리수일 때

① $a^r a^s = a^{r+s}$ ② $a^r \div a^s = a^{r-s}$
 ③ $(a^r)^s = a^{rs}$ ④ $(ab)^r = a^r b^r$

(3) 지수가 실수일 때의 지수법칙

$a > 0, b > 0$ 이고 x, y 가 실수일 때

① $a^x a^y = a^{x+y}$ ② $a^x \div a^y = a^{x-y}$
 ③ $(a^x)^y = a^{xy}$ ④ $(ab)^x = a^x b^x$

개념 + **a**

(1) 거듭제곱근의 성질을 이용하여 해결했던 문제들을

$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$, $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ 임을 이용하여 변형한 뒤 지수법칙을 이용하여 해결할 수 있다.

(2) 다음과 같이 지수의 범위가 확장될수록 a 의 조건은 제한된다.

① 지수가 자연수일 때

$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ 개}} \Rightarrow a$ 는 임의의 실수이다.

② 지수가 정수일 때

$a^0 = 1, a^{-n} = \frac{1}{a^n} \Rightarrow a$ 는 0이 아닌 실수이다.

③ 지수가 유리수일 때

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \Rightarrow a$ 는 양의 실수이다.

④ 지수가 실수일 때

a 는 지수가 유리수일 때와 마찬가지로 양의 실수이다.

대표 예제

09 $\sqrt{72} \times \sqrt[3]{81} \times \sqrt[6]{144} \times \sqrt[6]{\frac{9}{2}}$ 의 값을 구하시오.

Tip $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ 임을 이용하여 거듭제곱근으로 표현된 수를 지수로 변형한다.

10 $64^{\frac{2}{3}} \times 81^{-\frac{3}{4}} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값은?
 (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

- ① 43 ② 44 ③ 45
 ④ 46 ⑤ 47

11 $\sqrt{4^{\frac{3}{4}} 32^{\frac{6}{5}} 512} = 2^k$ 일 때, 유리수 k 의 값은?

- ① 2 ② $\frac{25}{12}$ ③ $\frac{13}{6}$
 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{7}{3}$

12 $a = \sqrt[5]{3}, b = \sqrt[3]{5}$ 일 때, $\sqrt[15]{75}$ 를 a, b 로 나타내면 $a^p b^q$ 이다. 두 유리수 p, q 의 합 $p+q$ 의 값은?

- ① $\frac{7}{15}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{11}{15}$
 ④ $\frac{13}{15}$ ⑤ 1

개념 4 조건을 변형하여 식의 값 구하기

$a > 0, b > 0, xy \neq 0$ 일 때

- (1) $a^x = m, b^y = n$ 꼴의 조건이 주어진 경우
지수법칙을 이용하여 구하려는 식을 유도한다.
- (2) $a^x = b^y$ 꼴의 조건이 주어진 경우
 - ① $a^x = b^y = k$ 로 놓고, $a = k^{\frac{1}{x}}, b = k^{\frac{1}{y}}$ 으로 변형한 후 식의 값을 구한다.
 - ② $a = b^{\frac{y}{x}}, b = a^{\frac{x}{y}}, a^{\frac{1}{y}} = b^{\frac{1}{x}}$ 으로 변형한 후 식의 값을 구한다.
- (3) $a^x \pm a^{-x} = k$ 꼴의 조건이 주어진 경우
양변을 거듭제곱하여 구하려는 식을 유도한다.

개념 + α

- (1) $a^x = m, b^y = n$ 꼴의 조건이 주어진 경우
구하려는 식의 밑과 같게 두 식의 밑을 변형한 뒤, 구하려는 식의 지수를 주어진 두 식의 지수의 실수배의 합 또는 차로 구하는 방법을 생각한다.
- (2) $a^x \pm a^{-x} = k$ ($a > 0$) 꼴의 조건이 주어진 경우 $a^x \times a^{-x} = 1$ 임을 잊지 말고, 양변을 적당히 거듭제곱하여 구하고자 하는 식으로 변형한다.
 - $(a^x \pm a^{-x})^2 = a^{2x} + a^{-2x} \pm 2$ (복부호동순)
 - $(a^x \pm a^{-x})^3 = a^{3x} \pm a^{-3x} \pm 3(a^x \pm a^{-x})$ (복부호동순)

대표 예제

13 두 실수 a, b 가 $2^{a+b} = 9, 2^{a-b} = \frac{1}{27}$ 을 만족시킬 때,

2^{3a+b} 의 값은?

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1
- ④ 3 ⑤ 9

Tip | 두 식의 밑이 다르면 밑을 같게 한 뒤, 구하려는 식의 지수를 주어진 두 식의 지수의 실수배의 합으로 구하는 방법을 생각한다.

14 두 실수 x, y 에 대하여 $15^x = 4, 5^y = 2$ 일 때, $2^{\frac{2}{x} - \frac{1}{y}}$ 의 값은?

- ① $\sqrt{3}$ ② 3 ③ $3\sqrt{5}$
- ④ 15 ⑤ $15\sqrt{3}$

15 1이 아닌 양수 a 에 대하여 $a^x + \frac{1}{a^x} = 5$ 일 때, $a^{3x} + \frac{1}{a^{3x}}$ 의 값을 구하시오.

16 $25^x = \sqrt{2^y} = 10^z$ 일 때, $\frac{1}{x} + \frac{m}{y} = \frac{n}{z}$ 이다. 두 자연수 m, n 의 합 $m+n$ 의 값은? (단, $xyz \neq 0$)

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6



넘어 서기

01 $\frac{\sqrt[3]{24}}{\sqrt[6]{9}} + (\sqrt[4]{25})^2$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5
- ④ 7 ⑤ 9

02 $(8^2)^{\frac{1}{6}} \times (27^2)^{\frac{1}{3}}$ 의 값은?

- ① 6 ② 12 ③ 18
- ④ 24 ⑤ 30

03 $\left(\frac{3}{4}\right)^8 \div \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^4 \times \left(\frac{9}{16}\right)^{-3}$ 의 값은?

- ① $\frac{9}{16}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1
- ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{16}{9}$

04 실수 x 가 $2^{x+1} - 2^x = 5$ 를 만족시킬 때, $4^x - 3 \times 2^x + 1$ 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13
- ④ 14 ⑤ 15

빈출 유형

05 $2^x = \sqrt{5} - 2$ 일 때, $4^x + 4^{-x}$ 의 값을 구하시오.

06 두 등식

$$2^m \times 4^n = 2^5, 9^m \div 3^n = 1$$

을 만족시키는 두 정수 m, n 의 합 $m+n$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5
- ④ 7 ⑤ 9